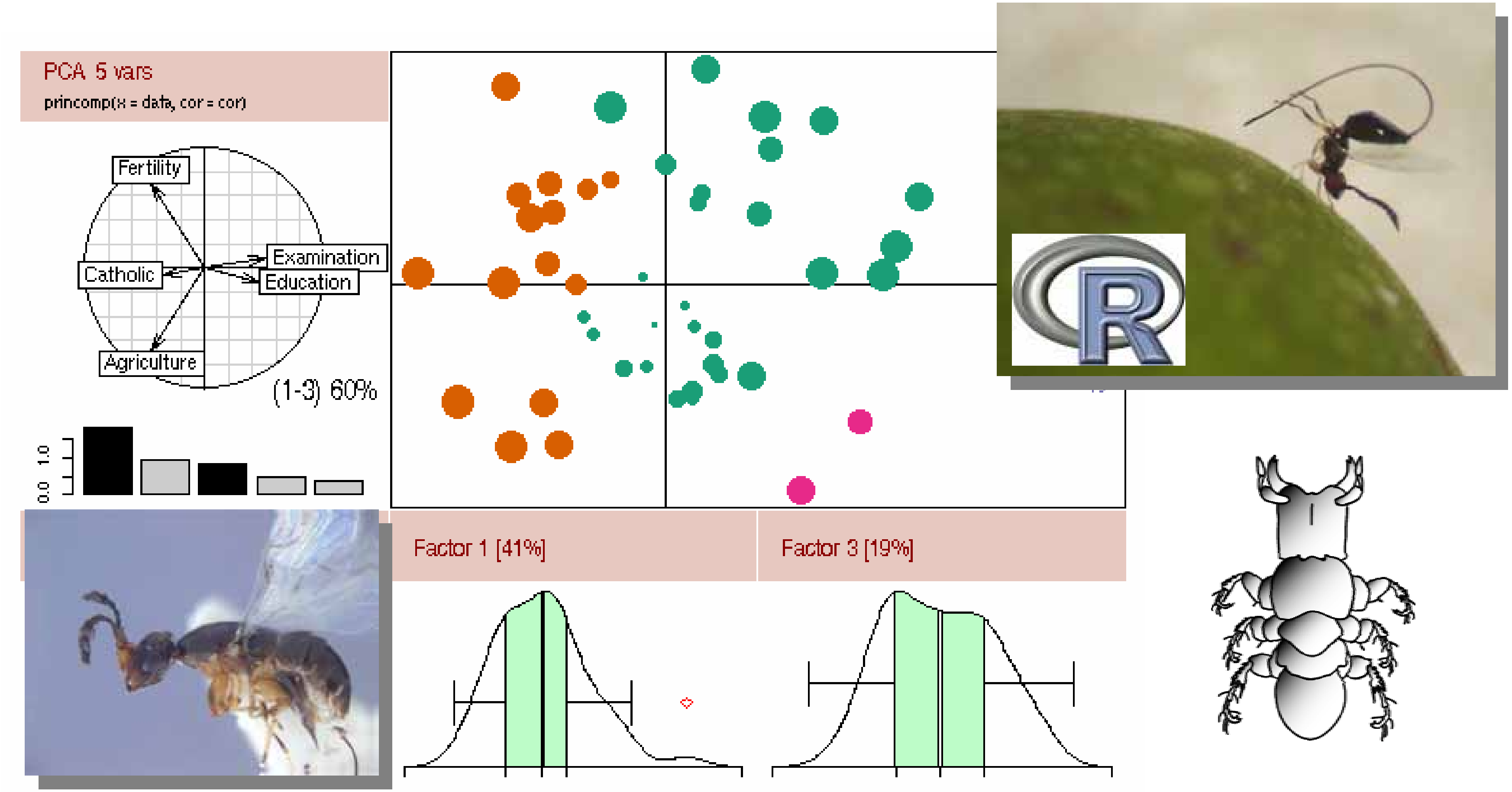
Uso da linguagem R para análise de dados em ecologia



Objetivo da aula

Demonstrar a função eda.shape() e

Apresentar noções básicas de álgebra linear e mostrar como ela se relaciona à análise de dados.

EDA Shape

- ✓Função apresentada no manual do S-Plus
- ✓Não consta em nenhum pacote do R
- ✓Desenha 4 gráficos em um único painel

```
> eda.shape
function(x)
{
  par(mfrow = c(2,2))
  hist(x)
  boxplot(x)
  iqd <- summary(x)[5] -summary(x)[2]
  plot(density(x,width=2*iqd),xlab="x",ylab="",type="l")
  qqnorm(x)
  qqline(x)
  par(mfrow=c(1,1))
}
```

Noções básicas de álgebra linear

O que é uma matriz?

Na forma expandida, uma matriz é representada por coeficientes em cada célula. Na forma compacta é representada por uma letra maiúscula:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Dim (A) = (m,n)

Noções básicas de álgebra linear

✓Uma matriz pode ter qualquer número de linhas e de colunas.

✓No entanto três tamanhos de matriz são especiais:

- ➢Matriz quadrada (m = n)
- ➢Vetor coluna (m,1)
- ➢Vetor linha (1,n)

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{m1} \end{bmatrix} \qquad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \end{bmatrix}$$

Noções básicas de álgebra linear

✓**Operações básicas**

Adição e subtração: feitos elemento-a-elemento

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 5 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 1 & -3 \\ -2 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3+4 & 4+8 \\ -1+1 & 5+(-3) \\ 0+(-2) & 2+6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 7 & 12 \\ 0 & 2 \\ -2 & 8 \end{vmatrix}$$

Adição e subtração de matrizes são:

✓**comutativos: A+B = B+A e |A-B| = |B-A|**

✓**associativos: A ± (B ± C) = (A ± B) ± C**

Noções básicas de álgebra linear

✓**Operações básicas**

Multiplicação: Dois tipos são possíveis:

✓**Uma matriz por um número (escalar *k*)**

✓**Uma matriz com outra matriz**

$$3 \times \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 5 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 \times 3 & 3 \times 4 \\ 3 \times -1 & 3 \times 5 \\ 3 \times 0 & 3 \times 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 9 & 12 \\ -3 & 15 \\ 0 & 6 \end{vmatrix}$$

Multiplicação por um escalar é:

✓**Comutativa: (kA = Ak)**

✓**Associativa: (c(kA) = (ck)A)**

✓**Distributiva: k(A + B) = kA + kB**

Noções básicas de álgebra linear

Multiplicação de duas matrizes: Dois tipos são possíveis:

✓**número de colunas da 1ª matriz deve ser igual ao número de linhas da 2ª matriz**

✓**Dimensão de *AB* = (*m*,*q*), onde *m* é o nº de linhas de *A* e *q* o nº de colunas de *B***

$$AB = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + \ldots + a_{in} b_{nj}$$

Noções básicas de álgebra linear

$$AB = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + \ldots + a_{in} b_{nj}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \\ -1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1(1)+3(3)+3(-1) & 1(-2)+3(2)+3(3) & 1(2)+3(-2)+3(3) \\ 2(1)+0(3)+(-2)(-1) & 2(-2)+0(2)+(-2)(3) & 2(2)+0(2)+(-2)(3) \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 7 & 13 & 17 \\ 4 & -10 & -2 \end{vmatrix}$$

Noções básicas de álgebra linear

✓Multiplicação de matrizes geralmente não é comutativa: AB =! BA

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 8 & 4 \end{vmatrix} \neq \begin{vmatrix} 0 & 8 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix}$$

✓Só é possível multiplicar matrizes nos dois sentidos se A e B forem matrizes quadradas de dimensões idênticas.

✓Note que há diferente multiplicar uma matriz *A* por um escalar *k* e multiplicá-la por uma matriz com uma linha e uma coluna [*k*]

✓*kA* é possível para qualquer tamanho de matriz, mas [*k*]*A* é possível apenas para vetores linha.

✓A multiplicação de um vetor linha por um vetor coluna é uma matriz de dimensão (1,1). Esse produto é chamado de produto escalar.

✓Dois vetores cujo produto escalar é igual a 0 são chamados ortogonais.

<u>Noções básicas de álgebra linear</u>

✓**Transposição de matrizes: intercambiar <u>linhas</u> e <u>colunas</u> de uma matriz**

- **Representado por A’ ou A^T**
- **(A’)’ = A**

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ -1 & -2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}^T = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

Noções básicas de álgebra linear

✓**Matriz simétrica: A’ = A**

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & -4 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 8 \end{vmatrix}$$

✓**Matriz diagonal (D): matriz simétrica com todos os elementos igual a 0, exceto a diagonal principal**

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{vmatrix}$$

Noções básicas de álgebra linear

✓Inversão de matrizes: $A \times A^{-1} = I$

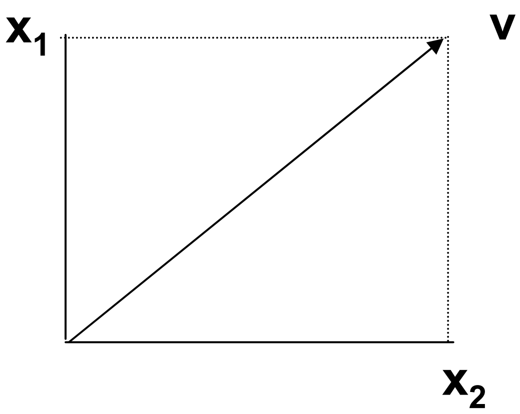
➢Matrizes inversas (A^{-1}) são definidas apenas para matrizes quadradas, mas nem toda matriz quadrada tem sua inversa.

➢Matriz ortogonal: $A^{-1} = A^T$

✓Matriz diagonal (I): matriz diagonal com termos igual a 1

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

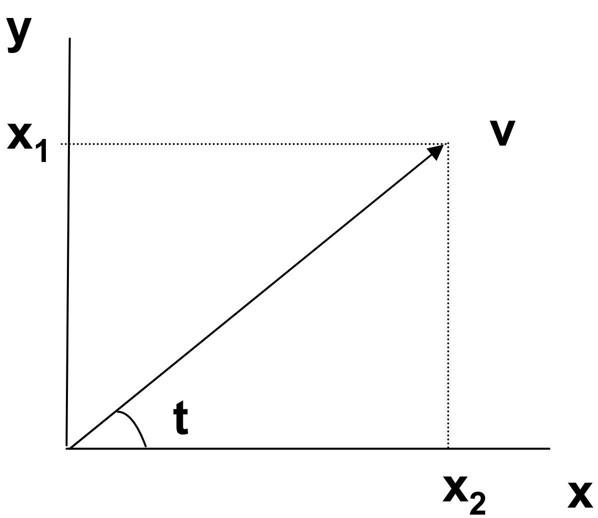
Vetores no espaço



$h^2 = x_1^2+x_2^2$

$h = \mathrm{sqrt}(x_1^2+x_2^2)$

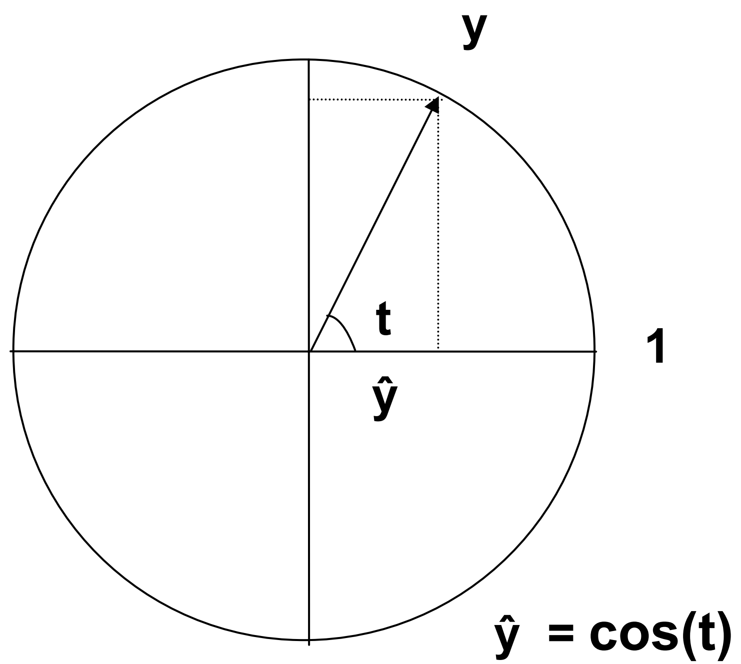
h = tamanho do vetor *v*



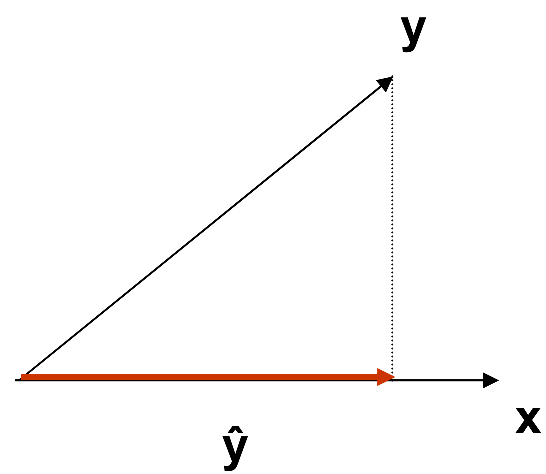
$x_2 = |v| \cos(t)$

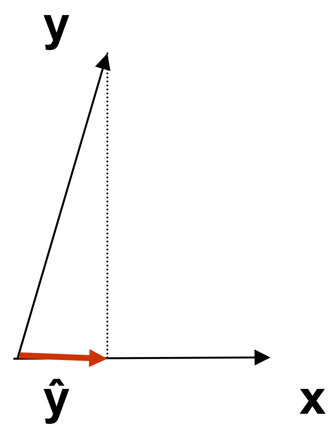
$x_1 = |v|\ \mathrm{sen}\ (t)$

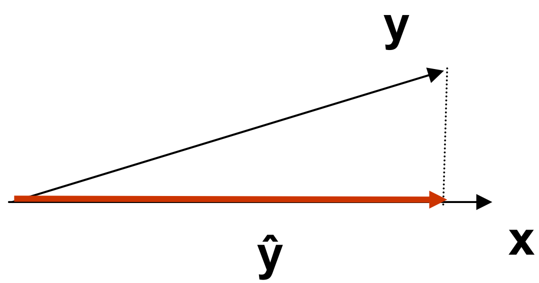
Vetores no espaço

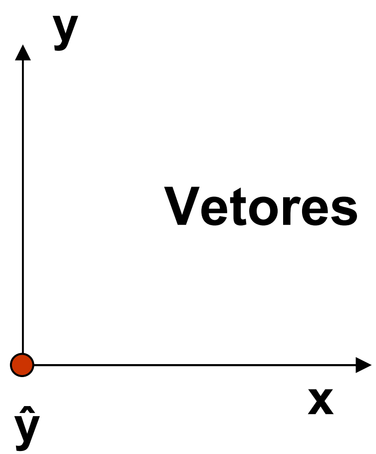


Vetores no espaço









Vetores ortogonais

Vetores no espaço

✓ŷ = proporção de x explicada por y (projeção de y sobre x)

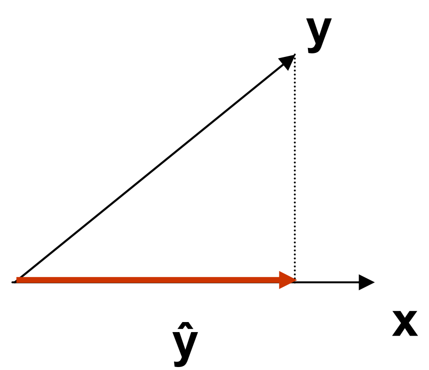
✓ŷ representa a correlação entre x e y

✓ŷ = cos(t)

✓Definição de correlação: cosseno do ângulo entre dois vetores

✓Definição de correlação: cosseno do ângulo entre dois vetores

✓Definição de correlação: cosseno do ângulo entre dois vetores



<u>Vetores no espaço</u>

✓ŷ é dado pelo produto interno entre dois vetores

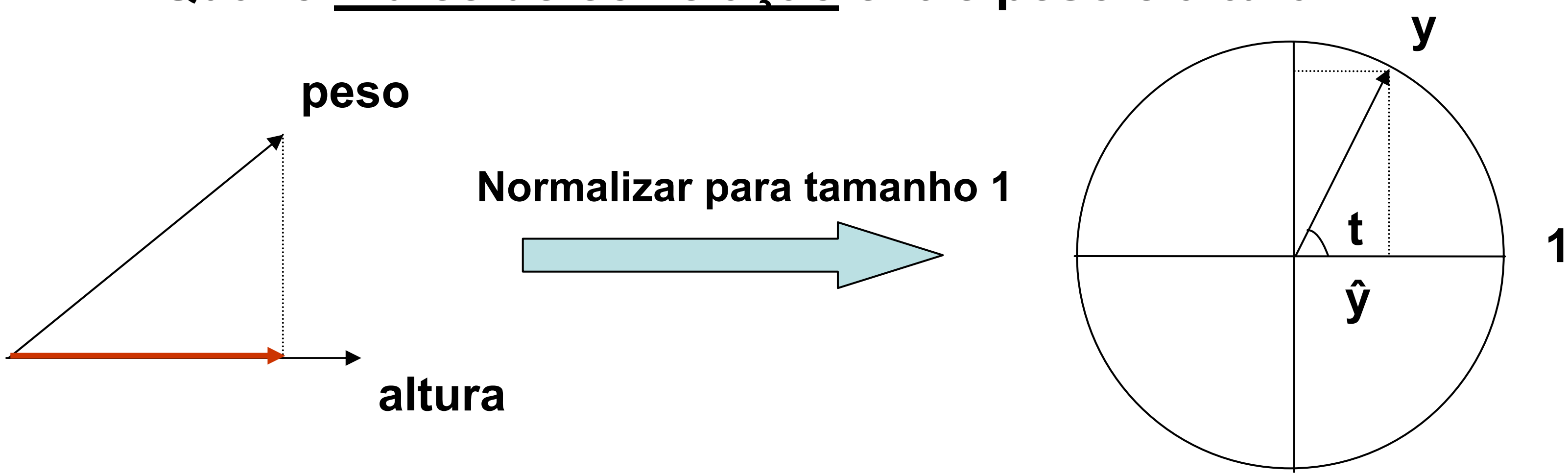
✓x’ * y

Ex: x = (1,2,5) e y = (2,-7,12)

x’ * y = 1*2 + 2*(-7) + 5*12 = 48

<u>Exemplo mais real</u>

Qual o <u>índice de correlação</u> entre peso e altura?



Vetores no espaço

Normalizar os vetores para média 0, variância 1

$$\frac{X - \mu_X}{\sigma_X} \qquad \frac{Y - \mu_y}{\sigma_y}$$

Correlação = ŷ / y

ou

= x*y / y*y